

FORZE E SIMILITUDINE FLUIDODINAMICHE

Marco CAPOZZI *

* *Ingegnere Meccanico; Master in "Science in Aerospace Engineering", Mississippi State University (USA)*

TEORIA DELLA SIMILITUDINE

Uno degli scopi dell'analisi fluidodinamica di un progetto è quello di determinare le forze esercitate dal fluido sul sistema in esame. Dato che le equazioni da risolvere sono estremamente complesse anche nei casi più banali, si è avvertita fin da subito, in campo fluidodinamico, l'esigenza di disporre di metodi empirici per poter aggirare l'ostacolo.

Necessità dei modelli in scala

Un primo espediente è quello di costruire prototipi a grandezza naturale ed eseguire prove direttamente su di esso. La cosa è di per sé costosa ancorché fattibile per oggetti di dimensioni relativamente contenute come: automobili, camion, motociclette. È viceversa irrealizzabile qualora si considerino oggetti delle dimensioni di una nave (circa 200 m), di un aereo, di un treno, di un grattacielo. Per ovviare a questi inconvenienti la via più immediata è la realizzazione di un modello in scala ridotta.

Si considerino due modelli i cui assi di simmetria siano paralleli. Due modelli sono in rapporto di similitudine geometrica se è possibile stabilire fra i loro punti una biunivocità tale che comunque si scelgano due punti (P_1, Q_1) sul primo modello e (P_2, Q_2) sul secondo, il rapporto fra le grandezze è una costante, detta rapporto di similitudine geometrica, avente espressione:

$$(1) \quad r_L = \frac{P_1 Q_1}{P_2 Q_2}$$

È possibile stabilire una relazione di tipo cinematico fra i due modelli. Supponendo che fra due modelli sussista una relazione di tipo geometrico, se T_1 rappresenta il tempo in cui si osserva un fenomeno relativamente al primo modello, e T_2 è il tempo misurato per il secondo modello, si definisce rapporto dei tempi la quantità:

$$(2) \quad r_T = \frac{T_2}{T_1}$$

Sia V_1 la velocità del primo modello. Essa è per definizione:

$$(3) \quad V_1 = \frac{P_1 Q_1}{T_1}$$

La velocità V_2 relativa al secondo modello sarà:

$$(4) \quad V_2 = \frac{P_2 Q_2}{T_2}$$

ovvero sarà definito il seguente rapporto delle velocità:

$$(5) \quad r_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_2 Q_2}{P_1 Q_1} \frac{T_1}{T_2} = \frac{r_L}{r_T}$$

Si osserva dalla (5) che è anche possibile determinare un rapporto delle accelerazioni che, considerata la definizione di accelerazione, assumerà espressione:

$$(6) \quad r_A = \frac{r_V^2}{r_L}$$

Il rapporto fra le masse M_1 e M_2 dei due modelli è definito come:

$$(7) \quad r_M = \frac{M_2}{M_1}$$

Due modelli si dicono in rapporto di similitudine dinamica se le lunghezze, le masse ed i tempi sono legate fra loro da rapporti costanti r_L , r_M , r_T . Se due modelli sono in condizione di similitudine dinamica, allora le forze da applicare stanno fra loro come:

$$(8) \quad r_F = \frac{F_2}{F_1}$$

con ovvio significato dei simboli. Vengono definiti parametri di similitudine delle grandezze adimensionali – e quindi numeri puri – la cui eguaglianza è condizione necessaria e sufficiente per garantire la similitudine dinamica di due modelli.

Teorema II

Da un punto di vista fluidodinamico si sono definiti alcuni parametri: si consideri il problema generale della fluidodinamica, in cui noti fluido e corpo di geometria assegnata si vogliono determinare le forze agenti sul corpo stesso. Siano F la risultante di tali forze, ρ la densità del fluido, v la velocità del campo di moto, l una lunghezza caratteristica del corpo, μ il coefficiente di viscosità dinamica del fluido, a la velocità del suono nel fluido considerato. È possibile porre il problema in termini generici come:

$$(9) \quad F = f\{\rho, v, l, \mu, a\}$$

o, analogamente:

$$(10) \quad g\{F, \rho, v, l, a\} = 0$$

Considerato il sistema di unità di misura MKS (ma non solo...), la (10) equivale ad avere sei variabili e tre grandezze fondamentali. Applicando il teorema II, la (10) porta ai seguenti prodotti:

$$(11) \quad \begin{aligned} \Pi_1 &= f_1\{F, \rho, v, l\} \\ \Pi_2 &= f_2\{\mu, \rho, v, l\} \\ \Pi_3 &= f_3\{a, \rho, v, l\} \end{aligned}$$

RAPPORTI ADIMENSIONALI

Numero di Reynolds

Applicando il processo di adimensionalizzazione alla (11), considerati i valori di corrente indisturbata r_∞ e v_∞ , rispettivamente per la densità e la velocità, è possibile adimensionalizzare il coefficiente di viscosità dinamica μ di un fluido come:

$$(12) \quad Re = \frac{\rho_\infty v_\infty l}{\mu}$$

Re prende il nome di numero di Reynolds. Due modelli sono in condizioni di analogia di Reynolds se hanno eguale numero di Reynolds.

Numero di Mach

Considerata la velocità del suono a_∞ della corrente indisturbata, è possibile adimensionalizzare la velocità del flusso come:

$$(13) \quad M = \frac{v_\infty}{a_\infty}$$

Nella (13) la quantità M prende il nome di *Numero di Mach*. La adimensionalizzazione delle forze porta a definire un coefficiente:

$$(14) \quad c = \frac{F}{\rho v^2 A}$$

che prende di volta in volta nome di *coefficiente di portanza*, di *resistenza*, di *pressione* a seconda delle grandezza rappresentata da F. Il coefficiente di portanza, ad esempio, è costante per una data geometria in maniera indipendente dalle dimensioni. Un profilo NACA 0012 lungo un metro ha lo stesso coefficiente di portanza di un NACA 0012 lungo 0.5 metri, di conseguenza è possibile lo studio sistematico di classi di profili alari simili che si comporteranno (quasi) allo stesso modo al variare delle dimensioni geometriche.

Numero di Froude

Per un fluido in cui non siano trascurabili gli effetti gravitazionali (per esempio: l'acqua), è possibile definire il *Numero di Froude* che è la adimensionalizzazione dell'accelerazione di gravità:

$$(15) \quad Fr = \frac{v}{\sqrt{lg}}$$

in cui g è l'accelerazione di gravità. Vale la pena di ricordare che l'inglese William Froude è stato il padre della teoria dei modelli nata (nel 1868) dall'esigenza di determinare la resistenza all'avanzamento delle navi, ed a lui sono attribuite anche le leggi di similitudine fluidodinamica. Tale teoria fu sviluppata osservando che barche di dimensioni differenti producono treni di onde simili.

Numero di Prandtl

In gasdinamica è frequente l'impiego di altri numeri derivanti dall'equazione dell'energia. Se c_p rappresenta il *calore specifico a pressione costante* di un gas, μ la viscosità dinamica e k il *coefficiente di conducibilità termica*, è possibile introdurre il *Numero di Prandtl*:

$$(16) \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k}$$

caratteristico del fluido in esame (si osservino le grandezze che lo definiscono)

Numero di Nusselt

È definito dal rapporto:

$$(17) \quad Nu = \frac{hl}{k}$$

essendo h il *coefficiente di scambio termico convettivo*. Come il Numero di Prandtl, esso scaturisce dal processo di adimensionalizzazione dell'equazione dello scambio termico nello strato limite.

SPERIMENTAZIONE SUI MODELLI IN SCALA

I metodi usati per le esperienze sui modelli sono due: gallerie del vento e vasche navali. Le prime vengono impiegate per qualunque applicazione, anche navale, le seconde sono di impiego squisitamente navale. In entrambi casi si procede alla misura delle grandezze di interesse tramite opportuni sensori.

Gallerie del vento

Le gallerie del vento sono costituite sostanzialmente da un tubo di Venturi, una camera di recupero, una pompa, una camera ad alta pressione (non sempre presente). Il modello da esaminare, di scala opportuna, viene introdotto all'interno della sezione di prova, che è a sua volta situata nel Venturi. Nel caso di prove su flussi supersonici è necessario porre il modello a valle della sezione ristretta. Le dimensioni delle sezioni di prova vanno dai 30 cm per le gallerie ad uso didattico alle decine di metri per grosse gallerie. Le potenze dei motori che azionano le pompe arrivano fino a 6.000 kW (galleria del vento NASA). Esistono gallerie subsoniche, supersoniche, ipersoniche.

Il numero di Reynolds della galleria del vento si determina in base alle sue dimensioni, oltre che alla velocità del flusso. Se la galleria è a sezione quadrata di area S, allora il Re della galleria è dato da:

$$(18) \quad Re = \frac{\rho v \sqrt{S}}{\mu}$$

La velocità massima del flusso determina il massimo Re con cui si possono testare i modelli.

Si osservi che cambiando il fluido cambiano la μ , ρ , ma anche la velocità del suono. È di conseguenza possibile testare un modello per più numeri di Re all'interno di una stessa galleria del vento.

È necessario introdurre dei coefficienti correttivi sui valori delle grandezze misurate in galleria del vento onde tener conto delle inevitabili interazioni fra il modello e le pareti della stessa. Nel caso di gallerie transoniche e supersoniche è necessario tenere conto della presenza di onde d'urto che interagiscono col flusso riflettendosi sulle pareti della camera di prova stessa. È qui il caso di osservare che gli sforzi viscosi non seguono le leggi di similitudine: la rugosità superficiale di un modello di aereo, ad esempio, non può essere ridotta in scala. Essa ha circa lo stesso valore sia nel modello che nell'aereo vero, per cui bisogna tenere conto di questo fattore per risalire alle perdite per attrito del modello reale.

È opportuno ricordare che il fenomeno della turbolenza è anche funzione della forma del modello e di Re. Può capitare il caso in cui un modello sviluppi turbolenza e l'altro no, per cui i risultati sperimentali potrebbero essere falsati. La costruzione delle gallerie del vento è complessa, soprattutto nel caso di gallerie super- ed iper-soniche. È in ogni caso necessario garantire la laminarità del flusso a monte del modello da analizzare.

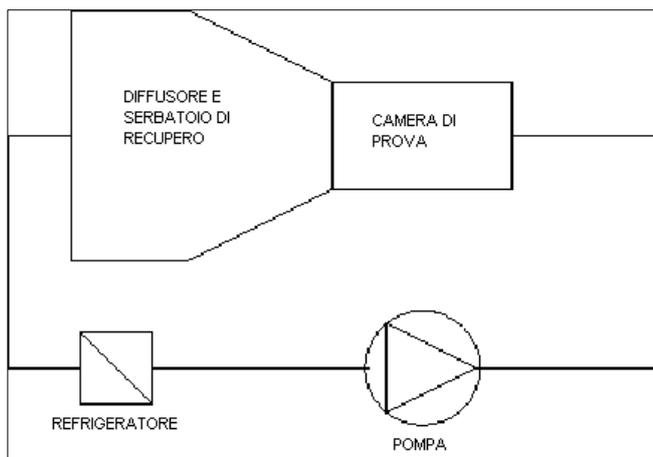


Figura 1

Una ulteriore fonte di problemi è rappresentata dalle vibrazioni: una vibrazione di un millimetro su di un modello in scala 1/24 produce dei dati assolutamente non veritieri quando rapportati sul modello in scala reale in quanto le fluttuazioni indotte dei parametri aerodinamici sarebbero eccessive nel caso reale.

Un problema addizionale è rappresentato dal modo in cui i modelli vengono fissati all'interno della camera di prova. Occorre realizzare il sistema in maniera tale che sia minima l'interferenza dovuta al gancio: ciò è particolarmente sentito nelle gallerie supersoniche, in cui ci sono fenomeni di urti e relative riflessioni. Nelle gallerie supersoniche è necessario provvedere al raffreddamento del flusso soprattutto per alti numeri di Mach. La Figura 1 riporta uno schema generico di galleria del vento.

Vasche navali

Le vasche navali sono concettualmente simili ad una galleria del vento: si ha una vasca, della lunghezza di decine di metri, in cui si fanno navigare modelli in scala opportuna. I modelli sono costruiti in legno o paraffina, e sono trainati da un carrello che scorre su binari paralleli all'asse mediano della vasca. Si costruiscono anche vasche più piccole dotate di finestra, in cui si praticano esperienze sulle eliche: in tal caso il circuito è costituito da vasca, pompa, deflettori del flusso. Non è possibile ottenere contemporaneamente la similitudine di Reynolds e di Froude in una vasca. La similitudine di Re impone l'eguaglianza dei numeri:

$$(19) \quad \frac{\rho_1 v_1 l_1}{\mu_1} = \frac{\rho_2 v_2 l_2}{\mu_2}$$

mentre l'analogia di Froude richiede che:

$$(20) \quad \frac{v_1}{\sqrt{g l_1}} = \frac{v_2}{\sqrt{g l_2}}$$

Froude osservò che la resistenza all'avanzamento di una nave è la somma della resistenza d'onda (causata dal treno di onde che si muove con la nave, dette onde di Kelvin) e della resistenza di attrito. A rigore bisognerebbe considerare anche la turbolenza generata dal moto della nave stessa. Il numero di Re esprime la resistenza di attrito, quello di Fr rispecchia la resistenza d'onda. È relativamente facile, in base alle relazioni (19) e (20), ottenere due modelli in analogia di Re o di Fr. Per realizzare le due condizioni contemporaneamente sarebbe necessario un fluido il cui coefficiente di viscosità cinematica sia 1/125 di quello dell'acqua, e purtroppo non esiste. Per aggirare l'ostacolo si possono adottare opportuni coefficienti correttivi, cambiare la temperatura dell'acqua in vasca (cosa non facile) oppure determinare a priori quale condizione sia influente ai fini del progetto. Ad esempio: per mezzi relativamente lenti la resistenza d'onda può essere trascurata (Fr basso).

Nel caso in cui si voglia procedere solo allo studio degli effetti viscosi, è possibile impiegare la sola galleria del vento (subsonica) anche per le navi. Dato che in tale situazione è il numero di Re che governa le dimensioni del modello, allora si può anche usare l'aria per simulare l'azione dell'acqua sullo scafo, tenuto conto delle differenze di viscosità.

Un problema caratteristico delle vasche navali è rappresentato dalla brevità dell'intervallo temporale in cui si possono effettuare gli esperimenti: dal momento in cui il carrello parte si ha una fase di accelerazione (non utile), e quindi una fase utile di pochi secondi, dopodiché bisogna fermare il carrello.

Alla luce di quanto esposto brevemente in questo articolo, appare chiara la necessità di possedere uno strumento che consenta di eliminare gli inconvenienti in parte descritti. Tale strumento –ancora in fase di sviluppo- è la Fluidodinamica Computazionale (*CFD, Computational Fluid Dynamics*).